

Grundlagen Mathematik

Binomische Formeln

Allgemeines

Subst. Binom \rightarrow Bi = zwei; Nomen = Namen

„zweinamige Formel“

Gerne wird Herr Binomi als Erfinder genannt.

\rightarrow Dies ist falsch

Formeln

Erste binomische Formel

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Plus-Formel

Zweite binomische Formel

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Minus-Formel

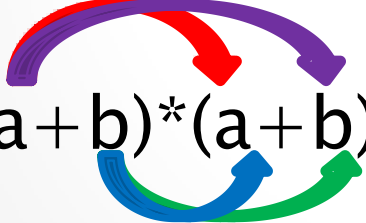
Dritte Binomische Formel

$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$$

Plus-Minus-Formel

Erste Binomische Formel

Herleitung der ersten binomischen Formel

$$(a+b)^2 = (a+b) \cdot (a+b)$$


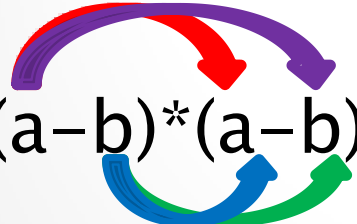
$$(a+b)^2 = a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b$$

Da $a \cdot b = b \cdot a$ ist, ergibt sich folgende Formel

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Zweite Binomische Formel

Umwandlung der zweiten binomischen Formel

$$(a-b)^2 = (a-b) \cdot (a-b)$$


!Vorzeichen beachten!

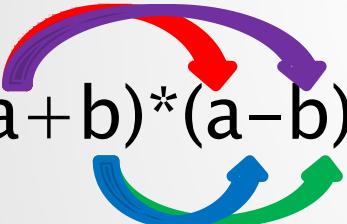
$$(a-b)^2 = a \cdot a - a \cdot b - b \cdot a + b^2$$

Da $a \cdot b = b \cdot a$ ist, ergibt sich folgende Formel

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Dritte Binomische Formel

Umwandlung der dritten binomischen Formel



$(a+b) \cdot (a-b) = a \cdot a - a \cdot b + b \cdot a - b \cdot b$

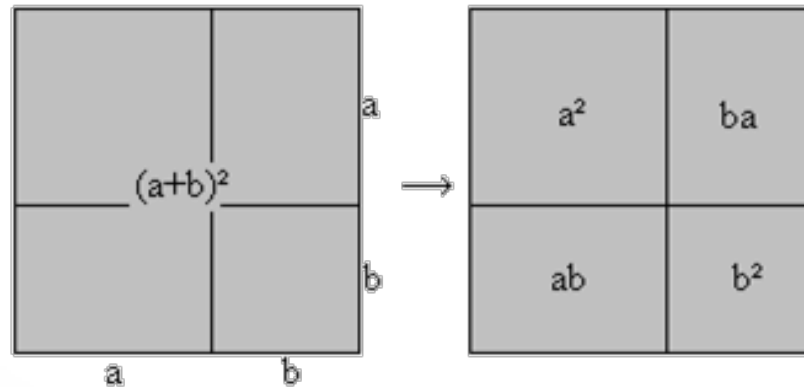
The diagram shows the expansion of the product (a+b)(a-b). Colored arrows indicate the multiplication of terms: a red arrow from 'a' in the first binomial to 'a' in the second, a purple arrow from 'a' in the first to 'b' in the second, a blue arrow from 'b' in the first to 'a' in the second, and a green arrow from 'b' in the first to 'b' in the second. The resulting terms are color-coded to match these arrows: a*a (red), a*b (purple), b*a (blue), and b*b (green).

!Vorzeichen beachten!

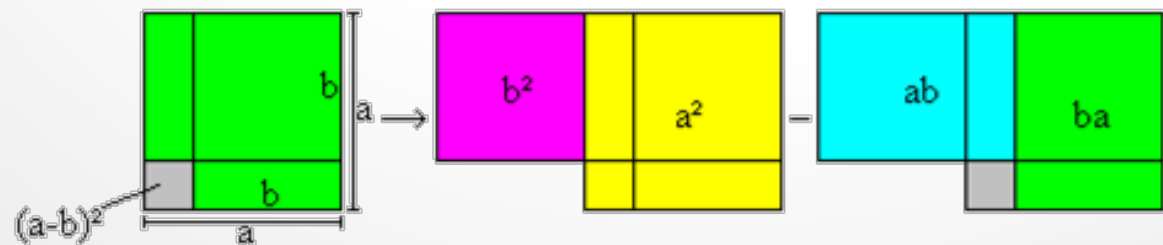
Da $a \cdot b = b \cdot a$ ist, ergibt sich folgende Formel

$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$$

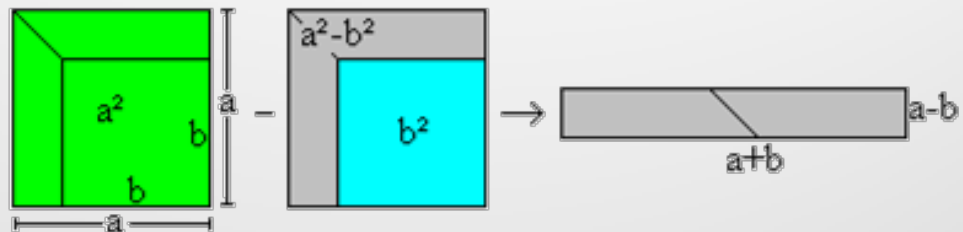
Grafische Herleitungen



$$(a+b)^2 = a^2 + ab + ba + b^2$$



$$(a-b)^2 = (a^2 + b^2) - 2ab$$



$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

Wortform

- ▶ Das Quadrat der Summe zweier Zahlen ist gleich der Summe der Quadrate der Zahlen, vermehrt um das doppelte Produkt.
- ▶ Das Quadrat der Differenz zweier Zahlen ist gleich der Summe der Quadrate der Zahlen, vermindert um das doppelte Produkt.
- ▶ Das Produkt aus der Summe und der Differenz zweier Zahlen ist gleich der Differenz der Quadrate der beiden Zahlen.

Das Pascalsche Zahlendreieck

$$(a+b)^0 =$$

1

$$(a+b)^1 =$$

1a

+

1b

$$(a+b)^2 =$$

1a²

+

2ab

+

1b²

$$(a+b)^3 =$$

1a³

+

3a²b

+

3ab²

+

1b³

$$(a+b)^4 =$$

1a⁴

+

4a³b

+

6a²b²

+

4ab³

+

1b⁴

$$(a+b)^5 =$$

1a⁵

+

5a⁴b

+

10a³b²

+

10a²b³

+

5ab⁴

+

1b⁵

Beispiel zum Zahlendreieck

$$(a+b)^3 = (a+b)*(a+b)*(a+b)$$

$$(a+b)^3 = a*a*a + a*a*b + a*b*a + a*b*b + b*a*a + b*b*a + b*a*b + b*b*b$$

$$(a+b)^3 = a^3 + a^2b + a^2b + ab^2 + a^2b + ab^2 + ab^2 + b^3$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$