

Grundlagen Mathematik

Lineare Gleichungen

Definition

Bei linearen Gleichungen treten die Variablen **NUR** in der ersten Potenz auf.

z.B. $ax = b^n$

für $a=1$, $b=5$ und $n=1$

$$1x = 5^1$$

$$x = 5$$

für $a=2$, $b=2$ und $n=2$

$$2x = 2^2$$

$x^2=9$ ist keine lineare Gleichung, da x in zweiter Potenz auftritt (quadratische Gleichung)

Lösungsgleichungen

Um eine Gleichung zu lösen, muss man eine Lösungsgleichung erzeugen.

$x=5$ ist eine Lösungsgleichung

$2x=10$ ist keine Lösungsgleichung

Hierzu muss man die Gleichungen umformen
→ Äquivalenzumformung → der Wahrheitswert bleibt unverändert

Äquivalenzumformung

Man darf eine Gleichung umformen, in dem man auf jeder Seite die gleiche Zahl addiert bzw. subtrahiert.

$$5 = 2 + 3 \quad | +1$$

$$5 + 1 = 2 + 3 + 1$$

$$6 = 6$$

$$5 = 2 + 3 \quad | -4$$

$$5 - 4 = 2 + 3 - 4$$

$$1 = 1$$

Äquivalenzumformung

Man darf Gleichungen umformen, in dem man auf jeder Seite die gleiche Zahl multipliziert bzw. durch die gleiche Zahl dividiert.

$$5 = 2 + 3 \quad | \cdot 10$$

$$5 \cdot 10 = 2 \cdot 10 + 3 \cdot 10$$

$$50 = 20 + 30$$

$$50 = 50$$

$$5 = 2 + 3 \quad | \div 2$$

$$5 \div 2 = 2 \div 2 + 3 \div 2$$

$$2,5 = 1 + 1,5$$

$$2,5 = 2,5$$

Äquivalenzumformung

Man darf Gleichungen umformen, in dem man zwei (oder mehrere) Gleichungen addiert bzw. subtrahiert.

$$\begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} = \begin{array}{l} 2 \\ 1 \end{array} + \begin{array}{l} 3 \\ 2 \end{array} +$$

$$\begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} = \begin{array}{l} 2 \\ 1 \end{array} + \begin{array}{l} 3 \\ 2 \end{array} -$$

$$\begin{array}{l} 5 + 3 \\ 8 \end{array} = \begin{array}{l} 2 + 1 \\ 3 + 5 \end{array} + \begin{array}{l} 3 + 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 5 - 3 \\ 2 \end{array} = \begin{array}{l} 2 - 1 \\ 1 + 1 \end{array} + \begin{array}{l} 3 - 2 \end{array}$$

Beispiel mit Variablen

$$2x = 10 \quad | \div 2$$

$$2x \div 2 = 10 \div 2$$

$$x = 5 ; L = \{5\}$$

$$2x = 5x + 3 \quad | -5x$$

$$2x - 5x = 5x - 5x + 3$$

$$-3x = 3 \quad | \div -3$$

$$-3x \div -3 = 3 \div -3$$

$$x = -1 ; L = \{-1\}$$

Gleichungen – Bruchgleichungen

1.1

$$8x - [3x + (4 - x)] = 4x + 8 \quad / \text{innere Klammer}$$

$$8x - (3x + 4 - x) = 4x + 8 \quad / \text{äußere Klammer}$$

$$8x - 3x - 4 + x = 4x + 8 \quad / -4x$$

$$8x - 3x - 4x + x - 4 = 8 \quad / \text{zusammenfassen}$$

$$2x - 4 = 8 \quad / +4$$

$$2x = 12 \quad / :2$$

$$\underline{\underline{x = 6}}$$

1.2

$$1,5a + 1,2x = 2,1a + 0,9x \quad / -0,9x$$

$$1,5a + 0,3x = 2,1a \quad / -1,5a$$

$$0,3x = 0,6a \quad / :0,3$$

$$\underline{\underline{x = 2a}}$$

Gleichungen – Bruchgleichungen

$$\begin{aligned} 1.3 \quad & -(27x-3) = -[(22x-19)-(2-11x)] && / \text{innere Klammer} \\ & -27x+3 = -(22x-19-2+11x) && / \text{äußere Klammer} \\ & -27x+3 = -22x+19+2-11x && / +27x \\ & \quad 3 = -22x+19+2-11x+27x && / -19; -2 \\ & -18 = -22x-11x+27x && / \text{zusammenfassen} \\ & -18 = -22x-11x+27x \\ & -18 = -6x && / :(-6) \\ & \quad \underline{\underline{3 = x}} \end{aligned}$$

Gleichungen – Bruchgleichungen

$$1.4 \quad (2x+14) \cdot (2-4a) = (2x+18) \cdot (3-4a) \quad / \text{ Klammern auflösen}$$

$$4x - 8ax + 28 - 56a = 6x - 8ax + 54 - 72a \quad / + 8ax$$

$$4x + 28 - 56a = 6x + 54 - 72a \quad / - 28$$

$$4x - 56a = 6x + 26 - 72a \quad / + 56a$$

$$4x = 6x + 26 - 16a \quad / - 6x$$

$$-2x = -16a + 26 \quad / : (-2)$$

$$\underline{\underline{x = 8a - 13}}$$

Gleichungen – Bruchgleichungen

2.1

$$\frac{4}{5x} + \frac{1}{10} = \frac{5}{6x} \quad / - \frac{4}{5x}$$

$$\frac{1}{10} = \frac{5}{6x} - \frac{4}{5x} \quad / \textit{erweitern}$$

$$\frac{1}{10} = \frac{25}{30x} - \frac{24}{30x}$$

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{30x} \quad / \cdot 30x ; \cdot 10$$

$$30x = 10 \quad / : 30$$

$$\underline{\underline{x = \frac{1}{3}}}$$

Gleichungen – Bruchgleichungen

2.2

$$\frac{x}{x-3} = \frac{x+12}{x} \quad / \cdot (x-3)$$

$$x = \frac{x+12}{x} \cdot (x-3) \quad / \cdot x$$

$$x^2 = (x+12) \cdot (x-3) \quad / \text{ausmultiplizieren}$$

$$x^2 = x^2 - 3x + 12x - 36 \quad / \text{zusammenfassen}$$

$$x^2 = x^2 + 9x - 36 \quad / - x^2$$

$$0 = 9x - 36 \quad / + 36$$

$$36 = 9x \quad / : 9$$

$$\underline{\underline{4 = x}}$$